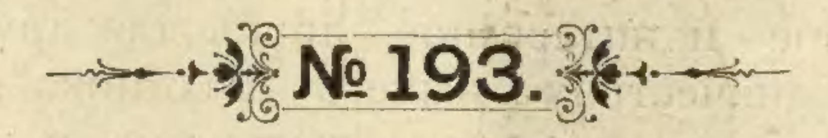
XVII Сем. 20-го августа 1894 г. № 1.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



Отъ редакціи.

Обращаемъ вниманіе читателей и сотрудниковъ нашихъ, что съ настоящаго № 193, коимъ „Вѣстникъ Оп. Физики“ вступаетъ въ XVII-ый семестръ изданія (т. е. въ девятый годъ своего существованія), предвидится нѣкоторое расширеніе программы журнала, а вмѣстѣ съ тѣмъ и постепенное увеличеніе его объема, вслѣдствіе накопленія матеріала и сознанной нами необходимости давать мѣсто на страницахъ „Вѣстника“ также и статьямъ изъ областей *Медицинской физики*, *Фотографіи* и *Физической химіи*.

Говорятъ, что физика находится въ загонѣ у медиковъ, предпочитающихъ строить всѣ свои гипотезы на чисто химической подкладкѣ. Если это и справедливо, то и вполнѣ естественно, потому что и гг. физики спеціалисты слишкомъ мало заботятся съ своей стороны объ установленіи какой бы то ни было научной связи между физикою и медициною. То, что читается нашимъ студентамъ медикамъ подъ названіемъ „Медицинской физики“, въ сущности представляетъ собою обыкновенный университетскій курсъ Опытной Физики (а иногда и не опытной, а математической), соотвѣтственнымъ образомъ сокращенный; главное отличіе его отъ курса, читаемаго студентамъ физ.-математическаго факультета, заключается не въ программѣ, а—въ гонорарѣ. И въ то время, когда нѣкоторыя изъ практическихъ примѣненій физики, какъ напр. Метеорологія, Электротехника, разрослись уже въ отдѣльныя науки съ самостоятельною литературою, Медицинская физика, которую безспорно слѣдовало-бы признать однимъ изъ наиболѣе важныхъ для человѣчества примѣненій физическихъ теорій и воззрѣ-

ній, остается въ зачаточномъ состояніи, безъ представителей, безъ всякаго почти вліянія на введеніе въ искусство леченія новыхъ пріемовъ. Она не въ состояніи даже рѣшить вопроса о научномъ значеніи гомеопатіи, доказать, что электротерапія не есть сплошное шарлатанство и пр. пр. Причина такой отсталости заключается, по нашему мнѣнію, главнымъ образомъ, въ отсутствіи физико-медицинскихъ лабораторій при нашихъ университетахъ и въ неправильной постановкѣ преподаванія физики будущимъ медикамъ.

Въ виду этого, мы и обращаемся нынѣ съ покорнѣйшей просьбою какъ къ физикамъ, такъ и къ медикамъ, имѣющимъ сказать что либо поучительное и интересное другъ для друга, пользоваться для этой цѣли посредничествомъ нашего „Вѣстника“, по скольку затрагиваемые ими вопросы поддаются популярному и сжатому изложенію. Редакціи русскихъ медицинскихъ журналовъ, которымъ предлагаемъ, начиная съ текущаго полугодія, взаимный обмѣнъ изданіями, просимъ также содѣйствовать установленію болѣе тѣсной научной связи между медициною и физикою, если только онѣ согласны съ нашимъ взглядомъ на необходимость такой связи.

Первый вопросъ изъ области Медицинской физики, который мы подымаемъ на страницахъ „Вѣстника Оп. Физики“ и къ коллективной разработкѣ котораго приглашаемъ гг. сотрудниковъ, касается дѣйствія лучей солнца на бактеріи. Вопросъ этотъ, какъ читатели увидятъ при ознакомленіи съ рядомъ статей, печатаемыхъ, начиная съ настоящаго № 193, подъ общимъ заглавіемъ „Къ изученію лучедѣятельности въ природѣ“, пріобрѣтаетъ весьма серьезное какъ теоретическое такъ и практическое значеніе при устанавливаемой авторомъ нѣсколько болѣе общей точкѣ зрѣнія.

Считаемъ также необходимымъ замѣтить здѣсь, что намѣченное выше расширеніе программы нашего журнала никоимъ образомъ не должно лишить его того учебно-педагогическаго направленія, которое придаетъ ему значеніе полезнаго въ нашихъ школьныхъ сферахъ пособія какъ для преподавателей такъ и для учащагося юношества. Напротивъ, помимо тѣхъ учебныхъ отдѣловъ журнала, которые въ немъ установились и остаются безъ измѣненій, мы будемъ продолжать дальнѣйшую разработку поднятаго въ истекшемъ учебномъ году вопроса о методикѣ курса физики въ средне-учебныхъ заведеніяхъ. Статьи профессора Шведова на эту тему намъ обѣщаны *) и въ нихъ будетъ разрабатываться болѣе подробный планъ „концентрическаго“ курса физики. Мало того, мы имѣемъ основаніе надѣяться, что, благодаря учрежденію въ Одессѣ физико-математическихъ Педагогическихъ курсовъ, въ непродолжительномъ времени здѣсь будетъ объявленъ оффиціальный конкурсъ на составленіе концентрическаго учебника физики. Условія такого конкурса, въ случаѣ если будутъ изысканы необходимыя для того средства, будутъ немедленно опубликованы въ „Вѣстникѣ“, а, въ ожиданіи сего, просимъ всѣхъ лицъ, интересующихся выясненi-

*) Первая серія этихъ статей, составившихъ 1-ый выпускъ, подъ заглавіемъ: „Введеніе въ Методику Физики“, издана нами въ видѣ отдѣльной брошюры.

емъ преимуществъ концентрическаго метода преподаванія физики надъ радіальнымъ, или наоборотъ, сообщить нашей редакціи свои заключенія по этому вопросу.

Просимъ также высказаться на страницахъ „Вѣстника“ по вопросу объ организаціи „Періодическихъ курсовъ“ для учителей во время съѣздовъ естествоиспытателей и врачей, вопросу, слегка лишь затронутому нами въ предыдущемъ №*). Желательно было бы обсудить этотъ вопросъ заблаговременно; тогда, въ случаѣ если такіе курсы были бы признаны цѣлесообразными, быть можетъ удалось бы организовать ихъ на предстоящемъ X-мъ съѣздѣ въ Кіевѣ.

Редакторъ-Издатель *Эр. Шпачинскій.*

КЪ ИЗУЧЕНІЮ ЛУЧЕДѢЯТЕЛЬНОСТИ ВЪ ПРИРОДѢ.

Высоко интересная въ теоретическомъ отношеніи область разнообразныхъ проявленій лучистой энергіи заслуживаетъ не меньшаго вниманія и по своимъ практическимъ примѣненіямъ. Въ таковыхъ, за отсутствіемъ сколько нибудь опредѣленныхъ свѣдѣній о молекулярномъ механизмѣ вѣсомыхъ тѣлъ и о сущности взаимодѣйствія между ними и невѣсомой средой, современная техника весьма замѣтно опереживаетъ теорію явленій и, вырабатывая путемъ терпѣливыхъ изысканій пригодные для практики пріемы, тѣмъ самымъ способствуетъ накопленію цѣнныхъ для научныхъ обобщеній фактовъ; эти обобщенія, въ свою очередь, обновляютъ и расширяютъ программу предстоящихъ экспериментальныхъ работъ, и т. д.

Такую тѣсную связь между непосредственной утилизаціей лучистой энергіи и научными представленіями объ ея проявленіяхъ я имѣю въ виду изложить въ предлагаемомъ рядѣ статей подъ вышеприведеннымъ общимъ заглавіемъ. Въ частности, я вынужденъ коснуться такихъ вопросовъ практической физики, которые, если придерживаться условной классификаціи учебниковъ, повидимому выходятъ даже за ея предѣлы, и, вслѣдствіе этого, мнѣ по необходимости предстоитъ подвергнуться упреку за экскурсіи въ области чужихъ спеціальностей. Единственнымъ оправданіемъ, на которое я могу сослаться, служитъ то обстоятельство, что природа не признаетъ никакой искусственной классификаціи явленій, и что ея лучедѣятельность, проявляясь въ равной мѣрѣ въ веществахъ какъ неорганическихъ такъ и органическихъ, тогда лишь будетъ нами лучше постигнута, когда дружными и безпристрастными усиліями различныхъ спеціалистовъ будетъ освѣщена со всевозможныхъ точекъ зрѣнія.

ГЛАВА I.

Дѣйствіе свѣта на бактеріи.

Съ тѣхъ поръ какъ бактеріологія пріобрѣла столь существенно важное значеніе въ медицинѣ и технологіи, все большій и большій ин-

*) См. № 192 въ „Разныхъ Извѣстіяхъ“ статью о „Каникулярныхъ курсахъ“.

тересъ получаетъ вопросъ о томъ, дѣйствуютъ ли лучи свѣта на бактеріи и, если дѣйствуютъ, то какъ именно. Разъ причины многихъ болѣзней были если и не сразу констатированы, то во всякомъ случаѣ поняты и отнесены на счетъ проникающихъ въ нашъ организмъ микробовъ, необходимо было убѣдиться, въ какой мѣрѣ основательны различныя повѣрья о цѣлебности солнечныхъ лучей *), различные практикой установленные пріемы лѣченія солнцемъ или даже отдѣльными его лучами **) и, въ особенности, въ какой мѣрѣ можно полагаться на такъ называемую дезинфекцію солнцемъ, которая, по своей общедоступности и безплатности, могла бы имѣть самое широкое примѣненіе.

И вотъ, начиная съ конца 70-хъ годовъ, появляется цѣлый рядъ экспериментальныхъ изслѣдованій, направленныхъ къ разъясненію этого вопроса въ частности и біологическаго значенія свѣта вообще ***). Первыми, путемъ непосредственнаго опыта доказавшими гибельное вліяніе свѣта на различныя бактеріи изъ группы сапрофитовъ ****), были англичане *Downes* и *Blunt* (1877 г.); они пришли къ выводу, что разсѣянный дневной свѣтъ замедляетъ, а прямые солнечные лучи вполнѣ задерживаютъ развитіе этихъ бактерій въ жидкихъ питательныхъ сре-

---

*) Такъ, напримѣръ, въ Италіи сложилась поговорка: „Dove entra il sole, non entra il medico“ (куда солнце входитъ, туда врачъ не ходитъ).

**) Извѣстно, напр., что легочную чахотку если не радикально излѣчиваетъ, то во всякомъ случаѣ задерживаетъ благодѣтельное солнце юга. На югъ рекомендуютъ отправляться и сифилитикамъ. Холера въ Индіи не такъ страшна какъ у насъ, и многіе вѣрятъ, что она такъ же боится жаркаго лѣта, какъ и морозной зимы. Дифтеритъ рѣдко свирѣпствуетъ въ лѣтніе мѣсяцы.

Теперь, когда послѣ работъ Финзена, Элерса, Эттингера и др. безспорно установленъ фактъ благопріятнаго вліянія на оспенныхъ больныхъ лучей красныхъ (или, точнѣе говоря,—отсутствія въ комнатѣ больного всякихъ другихъ лучей кромѣ красныхъ), обнаруживается, что во многихъ странахъ тотъ же пріемъ пользованія, подсказанный народной мудростью, практиковался уже давно. По свидѣтельству, напр., Д-ра Капитановича, въ Румыніи сохранился обычай прикрывать все тѣло и лицо оспеннаго больного красной матеріею; врачъ франц. флота Лясабати разсказываетъ, что въ Тонкинѣ вообще больныхъ окружаютъ особой палаткой, составленной исключительно изъ красныхъ тканей и недопускающей дневного свѣта. (См. подробнѣе объ этомъ вопросѣ „La Semaine Médicale“ № 38 отъ 30 іюня текущаго года).

***) Читателей, интересующихся спеціальною литературою этого вопроса, отсылаю къ статьѣ д-ра Яновскаго, (снабженной подробными ссылками): „Zur Biologie der Typhusbacillen. Die Wirkung des Sonnenlichts“, помѣщенной въ „Centralblatt für Bakteriologie und Parasitenkunde“ VIII B. 1890 №№ 6, 7, 8, 9. (Мнѣ неизвѣстно была ли эта статья переведена на русскій языкъ). См. также въ № 12 (отъ 30 іюня тек. 1894 года) „Revue générale des Sciences pures et appliquées“ статью: „L'action de la lumière sur les microbes“ par D-r A. Ledoux-Lebard.

****) Бактеріи, считавшіяся еще въ 50-хъ годахъ животными микроорганизмами, причисляются теперь къ растительному царству, не смотря на то, что лишены хлорофилла и что многія изъ нихъ обладаютъ самопроизвольнымъ (повидимому) движеніемъ (къ Тайнобрачнымъ Слоевцовымъ, къ классу Схизофитовъ, т. е. размножающихся дѣленіемъ). Въ зависимости отъ того, способны ли онѣ къ развитію въ живыхъ или мертвыхъ организмахъ, ихъ называютъ *паразитами* или *сапрофитами*. Еще ихъ называютъ *хромогенными*—когда онѣ вызываютъ окраску въ питающей ихъ средѣ, *зимогенными*—когда вызываютъ броженіе и *патогенными* или болѣзнетворными. По наружному виду ихъ различаютъ три главныхъ типа: *бациллы*—или палочки, *микрококки*—или шаровидныя и *спириллы*, т. е. имѣющія форму спирали.

дахъ (какъ бульонъ, моча, настой сѣна, растворъ свекловичнаго сахара и пр.). Въ слѣдующемъ году они, помѣщая пробирки съ культурами въ ящики изъ цвѣтныхъ стеколъ, пришли къ выводу, что maximum неблагопріятнаго дѣйствія принадлежитъ лучамъ синимъ и фіолетовымъ, а minimum—краснымъ и оранжевымъ. Причину такого бактерициднаго вліянія свѣта они приписываютъ окислительному дѣйствію, въ присутствіи свѣтовыхъ лучей, кислорода воздуха на протоплазму бактерій, причемъ — что для насъ особенно важно отмѣтить — они вовсе отрицаютъ вліяніе питательной среды на ходъ явленія на томъ основаніи, что употребляемыя ими для разводокъ жидкости химически подъ вліяніемъ свѣта не измѣнялись. Въ то же почти время (1878 г.) *Tyndall* производилъ свои опыты надъ смѣсью различныхъ бактерій (тоже въ жидкой средѣ), но не замѣтилъ, чтобы онѣ вполнѣ убивались лучами солнечнаго свѣта, а только развитіе ихъ задерживалось. — Желаніе объяснить это противорѣчіе привело *Jamieson'a* (1882) къ неудачной гипотезѣ, будто гибельное для бактерій дѣйствіе свѣтовыхъ лучей обусловливается исключительно повышеніемъ температуры при инсоляціи выше той предѣльной, какую эти бактеріи способны переносить, и что упомянутое разногласіе результатовъ зависѣло будто отъ того, что у первыхъ изслѣдователей пробирки были изъ тонкаго стекла, а у Тиндалля—колбы были и бо̀льшаго объема и изъ толстаго стекла. Вскорѣ, однакожъ, такое допущеніе было рѣшительно отвергнуто, не смотря на то, что поддерживалось еще и нѣкоторыми другими бактеріологами, какъ напр, *Hueppe* (1889), ибо, начиная съ *Duclaux* (1885 г.), понявшаго всю важность экспериментированія съ чистыми культурами одного какого либо вида бактерій, а не съ ихъ случайными смѣсями, цѣлымъ рядомъ работъ, при коихъ вліяніе повышенія температуры контролировалось параллельными наблюденіями надъ такими же культурами, развивающимися (въ темнотѣ) въ термостатахъ, было доказано, что бактерицидное дѣйствіе свѣта зависитъ не отъ нагрѣванія, а отъ лучедѣятельности. При томъ оказалось, что въ иныхъ случаяхъ лучами свѣта убиваются такія споры бактерій *), которыя отличаются большою сравнительно выносливостью по отношенію къ высокой температурѣ. Такъ *Arloing* (1885) показалъ, напримѣръ, что споры сибирской язвы теряютъ способность къ прорастанію уже послѣ двухъ часоваго дѣйствія прямыхъ солнечныхъ лучей; для полнаго же прекращенія развитія ве-

---

*) *Спорами* называются такіе зародыши, подмѣченные для нѣкоторыхъ видовъ бактерій, которые служатъ для сохраненія вида въ періодъ отсутствія благопріятныхъ для размноженія условій. Какъ было сказано выше, бактеріи размножаются дѣленіемъ, но это лишь въ тѣхъ случаяхъ, когда онѣ находятся въ соотвѣтственной для ихъ развитія питательной средѣ и при благопріятныхъ условіяхъ; принимаемыя ими тогда формы называются *вегетативными*. При неблагопріятныхъ же условіяхъ или при недостаткѣ въ средѣ питательнаго матеріала, бактеріи начинаютъ вырождаться: однѣ изъ нихъ гибнутъ, другія—принимаютъ несвойственныя имъ формы, которыя называются *инволюціонными*, третьи, наконецъ, выдѣляютъ изъ себя споры. Эти статическія формы (обыкн. круглыя или овальныя тѣльца) гораздо лучше предохранены отъ внѣшнихъ вліяній; переживъ, не питаясь, періодъ невзгодъ и лишеній, тѣ изъ споръ, которыя попадаютъ вновь въ благопріятную среду, быстро прорастаютъ, образуя новое поколѣніе тѣхъ же бактерій. — Процессъ спорообразованія подмѣченъ далеко не у всѣхъ извѣстныхъ нынѣ видовъ.

гетативныхъ формъ (т. е. сибире-язвенной палочки), по его же наблюденіямъ, требовалось не менѣе 27—28 часовъ.

Не останавливаясь въ подробностяхъ на всѣхъ дальнѣйшихъ изслѣдованіяхъ, отмѣтимъ только ихъ выводы. Существеннѣйшимъ изъ нихъ является установленіе какъ безспорнаго факта вредоноснаго дѣйствія прямыхъ солнечныхъ лучей на развитіе бактерій и на прорастаніе ихъ споръ. При этомъ въ частности было еще найдено: 1) что разсѣянный дневной свѣтъ дѣйствуетъ точно такъ же, только значительно слабѣе (*Яновскій*, 1890, и др.), 2) что электрическій свѣтъ не отличается въ этомъ отношеніи отъ солнечнаго, но дѣйствуетъ слабѣе (*Santori* 1889, *Гейслеръ* 1891), 3) что гибельное дѣйствіе свѣта усиливается при доступѣ воздуха *Gaillard*), 4) что оно замѣтнѣе при нормальномъ направленіи лучей свѣта, нежели при косвенномъ (*Pansini*, 1889), 5) что оно имѣетъ мѣсто и при низкихъ сравнительно температурахъ (*Santori*), 6) что въ жидкихъ разводкахъ оно обнаруживается быстрѣе (*Pansini*), и пр. Замѣчу еще, что на основаніи изслѣдованій *Котляра* *), *Хмѣлевскаго* (1892) и др. можно прійти къ заключенію, что бактеріи неболѣзнетворныя (какъ напр. ложно-сибиреязвенная палочка, micrococcus prodigiosus **) и др. пигментныя бактеріи, съ которыми работалъ Котляръ) отличаются большею выносливостью къ свѣту, нежели бактеріи патогенныя, какъ напр. тифозная палочка, дифтеритная, холерная и пр. Это весьма утѣшительно для насъ въ томъ смыслѣ, что само солнце своими лучами препятствуетъ распространенію эпидемическихъ болѣзней.

Второй выводъ, почти столь же согласный, какой можно сдѣлать изъ выполненныхъ по настоящее время работъ, касается вліянія на развитіе бактерій отдѣльныхъ лучей солнечнаго (и электрическаго) спектра. Д-ръ *Яновскій*, подвергавшій испытанію чистыя культуры въ жидкой средѣ (бульонѣ) брюшно-тифозныхъ палочекъ, нашелъ, что бациллы эти бываютъ убиты уже послѣ 6—10 часовъ инсоляціи (а иногда и послѣ 4 час.), между тѣмъ, если пропустить предварительно солнечные лучи сквозь растворъ двухромокаліевой (оранжево-красной) соли, то развитіе бактерій подъ вліяніемъ такого свѣта идетъ такъ же хорошо, какъ и въ темнотѣ. Отсюда авторъ былъ въ правѣ сдѣлать выводъ, что бактерицидное дѣйствіе свѣта обусловливается только тѣми лучами, которые поглощаются упомянутымъ растворомъ, т. е. тою болѣе преломленною частью спектра, которая способна вызывать химическія измѣненія. Еще болѣе опредѣленные результаты были получены *Гейслеромъ* ***), производившимъ свои опыты надъ тою же тифозною бациллою ****) ранней весной. Онъ культивировалъ ихъ не въ бульонѣ, а на

*) *Е. И. Котляръ*: „Къ вопросу о вліяніи свѣта на бактеріи" („Врачъ" 1892 г. № 39—40).

**) Этотъ видъ бактерій, хорошо развивающійся на крахмалистыхъ веществахъ и дающій на поверхности пятна кроваваго цвѣта, неправильно названъ *микрококкомъ*, ибо это въ сущности не коккъ, а палочка.

***) *Ѳ. К. Гейслеръ*: „Къ вопросу о дѣйствіи свѣта на бактеріи" („Врачъ", 1891 г., № 36).

****) Споры брюшно-тифозной бактеріи, сколько мнѣ извѣстно, до сихъ поръ не найдены. Бактеріи эти, открытыя только въ 1881 г. Эбертомъ, однѣ изъ наиболѣе удобныхъ для экспериментальныхъ изслѣдованій по причинѣ неразборчивости ихъ къ питательной средѣ и выносливости къ перемѣнамъ температуры (въ предѣлахъ 15°—50° С.).

поверхности мясопептонной желатины, на которой онѣ развиваются отлично и безъ разжиженія. Пробирки съ такими разводками помѣщались въ различныхъ полосахъ солнечнаго (также и электрическаго) спектра, и изъ такихъ наблюденій оказалось, что, за исключеніемъ красныхъ лучей свѣта, всѣ остальные, даже инфракрасные, замедляютъ развитіе бактерій и притомъ тѣмъ энергичнѣе, чѣмъ больше показатель преломленія лучей. Въ красномъ цвѣтѣ палочки развивались такъ же хорошо и быстро какъ въ темнотѣ; затѣмъ, при переходѣ отъ краснаго конца спектра къ фіолетовому, гибельное дѣйствіе лучей свѣта постепенно возрастаетъ и достигаетъ своего maximum'а въ невидимой ультра-фіолетовой части спектра. Если бы такой результатъ можно было окончательно принять какъ несомнѣнный фактъ, то—какъ ниже увидимъ—это имѣло бы весьма существенное значеніе для бактеріологіи. Къ такимъ же почти выводамъ о дѣйствіи цвѣтныхъ лучей пришелъ и *Котляръ* (l. c.), отказавшійся отъ разводокъ на желатинѣ потому, что эта послѣдняя таяла подъ вліяніемъ инсоляціи и употреблявшій вмѣсто нея агаръ и картофель*). Разводки нѣсколькихъ видовъ хромогенныхъ бактерій помѣщались въ пробиркахъ, окруженныхъ цвѣтными футлярчиками (изъ желатинныхъ окрашенныхъ пластинокъ). Наилучшее развитіе опять оказалось въ красныхъ футлярахъ, самое плохое — въ синихъ, фіолетовыхъ и, наконецъ,—въ пробиркахъ безъ футляровъ.

Казалось бы послѣ всего этого, что вопросъ о дѣйствіи отдѣльныхъ лучей спектра на бактеріи можно считать рѣшеннымъ и принять, что всѣ лучи, длина волны коихъ меньше длины волны красныхъ лучей, вліяютъ неблагопріятно на развитіе бактерій и что такое вліяніе возрастаетъ прогрессивно по мѣрѣ возрастанія показателя преломленія лучей, т. е.—иными словами—что гибельное дѣйствіе свѣта обусловливается исключительно его такъ называемыми химическими лучами.—Но если я рѣшился въ настоящей статьѣ такъ подробно говорить объ этомъ дѣйствіи, то именно съ цѣлью показать, что въ рѣшеніи трактуемаго вопроса оставленъ одинъ весьма существенный пробѣлъ, не дающій пока намъ, съ научной точки зрѣнія, права сдѣлать вышеприведеннаго столь опредѣленнаго заключенія касательно дѣйствія отдѣльныхъ лучей на бактеріи.

Пробѣлъ этотъ я усматриваю въ томъ, что поименованные экспериментаторы, интересуясь лишь конечнымъ результатомъ инсоляціи, не обратили должнаго вниманія на физическія свойства тѣхъ веществъ, съ которыми оперировали, и на самый ходъ процесса воздѣйствія свѣта на микробы, вслѣдствіе чего вопросъ о *непосредственности* этого воздѣйствія остается до сихъ поръ открытымъ. Мы знаемъ только, что окончательнымъ результатомъ общей инсоляціи, или дѣйствія отдѣльныхъ лучей, является задержка въ развитіи бактерій или даже ихъ умерщвленіе, но что именно вліяетъ такимъ образомъ на эти микроскопическіе организмы—непосредственно ли воспринимаемая ими энергія падаю-

*) Агаръ-агаръ—есть экстрактъ изъ морскихъ водорослей; обыкновенно его прибавляютъ не болѣе 1% къ говяжему или бараньему бульону (съ ½% поваренной соли), что даетъ твердую прозрачную массу. Картофель употребляется сырой, въ пластинкахъ. Мясопептонная желатина приготовляется изъ бульона съ 1% пептона, ½% пов. соли и до 10% желатины.

щихъ на нихъ лучей, или же тѣ колебанія, которыя зарождаются подъ вліяніемъ инсоляціи въ самой питательной средѣ,—это остается неизвѣстнымъ. Этотъ то вопросъ мнѣ бы и хотѣлось по возможности выяснить, ради чего необходимо разсмотрѣть его нѣсколько обстоятельнѣе.

Мнѣнія о вліяніи среды на результаты, полученные различными наблюдателями, сильно расходятся. Такъ *Downes* и *Blunt*, равно какъ и *Яновскій*, вполнѣ отрицаютъ ея вліяніе, понимая подъ этимъ лишь то, что питательная среда, употреблявшаяся ими, *химически* не измѣнялась подъ вліяніемъ свѣта. Но не подвергалась ли она при инсоляціи *физическимъ* измѣненіямъ—это остается неизвѣстнымъ, ибо такой вопросъ не былъ даже поставленъ. Другіе, какъ *Roux* (1887), *Гейслеръ*, *Котляръ*, утверждаютъ, напротивъ, что вліяніе среды, безъ сомнѣнія, существуетъ. Такъ, *Roux* нашелъ, что при свободномъ доступѣ воздуха бульонъ подъ вліяніемъ прямыхъ лучей солнца становится негоднымъ для прорастанія споръ, но все же годится для развитія въ немъ вегетативныхъ формъ, и отсюда опять таки сводитъ причину явленія къ химическому измѣненію среды (окисленію). Болѣе цѣнны въ этомъ отношеніи провѣрочные опыты *Гейслера* и *Котляра*; первый изъ нихъ инсолировалъ свою желатину (мясопептонную), второй—агаръ и картофель, безъ бактерій, и потомъ уже были сдѣланы прививки; у обоихъ результатъ получился согласный, а именно, что бактеріи развиваются (въ темнотѣ) значительно хуже на такой средѣ, которая предварительно подвергалась дѣйствію солнечныхъ лучей. Къ сожалѣнію этотъ весьма важный фактъ не былъ въ должной степени оцѣненъ самими авторами и не навелъ ихъ на мысль о необходимости другихъ опытовъ для выясненія сущности того физическаго измѣненія, которое очевидно претерпѣваетъ питательная среда при инсоляціи.—Быть можетъ по той же причинѣ ими не была также отмѣчена замѣчательная аналогія между бактерициднымъ свойствомъ свѣта и его дѣйствіемъ на свѣточувствительныя соли, примѣняемыя въ фотографіи, аналогія, обнаруженію которой наиболѣе способствуютъ тѣ именно опыты Гейслера, о коихъ была рѣчь выше. Дѣйствительно, какъ на бактеріи, такъ и на галоидныя соли серебра не оказываютъ никакого почти вліянія одни лишь красные лучи спектра; затѣмъ, переходя отъ нихъ къ лучамъ большей преломляемости, замѣчаемъ въ обоихъ случаяхъ постепенное усиленіе эффекта, maximum котораго приходится въ ультра-фіолетовой части. Мало того, аналогія эта на столько полна, что, какъ показалъ недавно въ Лондонѣ проф. *Маршель Уардъ*, можно при помощи бактерій снимать настоящія фотографіи. Для этой цѣли онъ придумалъ слѣдующій весьма оригинальный способъ: въ аппаратъ, вмѣсто обыкновенной бромо-желатинной пластинки, вставляется стекло, покрытое тонкимъ слоемъ желатины съ равномѣрно распредѣленными въ немъ бактеріями (какими?). Во время позированія бактеріи эти убиваются свѣтомъ въ свѣтлыхъ мѣстахъ изображенія и остаются живыми въ мѣстахъ темныхъ. Затѣмъ проявленіе изображенія производится само собою въ темнотѣ, ибо уцѣлѣвшіе микробы быстро развиваются, каждый въ особую колонію, отъ чего слой желатины темнѣетъ въ тѣхъ именно мѣстахъ, которыя соотвѣтствуютъ темнымъ частямъ рисунка (или краснымъ и пр.); свѣтлыя же части (или фіолетовыя, синія и пр.) остаются

по прежнему прозрачными, какъ лишенныя живыхъ бактерій. Такимъ образомъ сразу на стеклѣ получается позитивъ.

Такой аналогіи, очевидно, игнорировать нельзя, хотя бы она впослѣдствіи и оказалась случайною, и это тѣмъ болѣе, что въ обоихъ случаяхъ употребляется или одна и та же среда—желатина, или вещества однородныя. Замѣчу кстати, что роль этой среды въ тѣхъ химическихъ процессахъ, на коихъ основана фотографія, по настоящее время остается совершенно неразъясненною: какія измѣненія произошли, напримѣръ, въ бромо-желатинной пластинкѣ, на которой послѣ позированія ничего не видно,—этого не знаютъ ни фотографы практики, которые этимъ не интересуются, ни химики, которые должны бы этимъ интересоваться. Въ виду этого, болѣе тщательное изслѣдованіе даннаго вопроса желательно, какъ мнѣ кажется, не только въ интересахъ бактеріологіи, но и фотографіи и того отдѣла физической химіи, который изучаетъ реакціи, вызванныя лучедѣятельностью.

Прежде всего здѣсь слѣдуетъ обратить вниманіе на мало обслѣдованные и полузабытые опыты *Niepce de S-t Victor'a*, который показалъ, въ 40-хъ еще годахъ, что всѣ органическія вещества (кромѣ черныхъ) послѣ инсоляціи способны испускать въ темнотѣ невидимые лучи, которые, хотя и слабо, но все же дѣйствуютъ на фотографическую бумагу. По физической терминологіи, это будетъ, слѣдовательно, невидимая *ультра-фіолетовая фосфоресценція*, которою по всей вѣроятности въ большей или меньшей степени обладаетъ большинство твердыхъ тѣлъ. Интересно замѣтить, что эта фосфоресценція органическихъ веществъ можетъ быть сдѣла *видимою* (т. е. перейти въ обыкновенную) сильнымъ пониженіемъ температуры. Это значитъ, что по мѣрѣ охлажденія (а слѣдовательно и сжатія) длина волны лучей, испускаемыхъ такими веществами послѣ инсоляціи, постепенно возрастаетъ, достигая наконецъ того предѣла, начиная съ котораго лучи дѣйствуютъ уже на нашъ глазъ. Это доказалъ въ самое послѣднее время въ Лондонѣ проф. *Дейардъ*, которому удалось довести, посредствомъ сильнаго охлажденія, до самосвѣченія въ темнотѣ слѣдующія тѣла, предварительно инсолированныя: желатину, бѣлокъ, парафинъ, целлюлоидъ, слоновую кость, бумагу, хлопокъ, кожу, молоко, губку, одинъ бѣлый цвѣтокъ и др.*).

Въ виду такихъ фактовъ, имѣемъ полное основаніе предположить (хотя доказать это непосредственными опытами наврядъ ли возможно), что для тѣхъ же органическихъ веществъ, вообще говоря, имѣетъ мѣсто и невидимая *ультра-фіолетовая флуоресценція*, т. е. что не только послѣ, но и во время самой инсоляціи эти вещества испускаютъ невидимые химическіе лучи. А такъ какъ въ существованіи невидимой инфра-красной флуоресценціи и фосфоресценціи (т. е. вообще—*калоресценціи*) никто, кажется, не сомнѣвается, то, принимая самую общую точку зрѣнія на явленія лучеиспусканія и поглощенія, будемъ придерживаться слѣдующаго взгляда: когда лучи падаютъ на какое нибудь тѣло, нѣкоторые изъ нихъ отражаются, иные проходятъ насквозь пре-

*) Есть еще нѣкоторые опыты, какъ напр. *Elfving'a*, о которыхъ рѣчь впереди, заставляющіе предположить, что и нѣкоторые металлы обладаютъ свойствомъ невидимой фосфоресценціи (напр. платина).

ломляясь, а иные поглощаются; цвѣтъ тѣла и степень его прозрачности—зависятъ отъ лучей отраженныхъ и преломленныхъ, что же касается лучей поглощенныхъ, то они, конечно, не пропадаютъ безслѣдно, а только *преобразовываются* въ нѣкоторые другіе лучи, которые испускаются затѣмъ самимъ тѣломъ, причемъ часть энергіи, вообще говоря, расходуется на преодолѣніе молекулярныхъ сопротивленій. Самый процессъ такого преобразованія, механизмъ котораго намъ неизвѣстенъ, есть весьма сложная функція химическаго состава тѣла, его температуры, вида поверхности и пр., а также показателя преломленія падающаго луча. Такимъ образомъ всякое тѣло (кромѣ идеальныхъ—абсолютно прозрачныхъ или абсолютно зеркальныхъ), подъ вліяніемъ извнѣ падающихъ на него лучей, само становится источникомъ лучей, иногда кратковременнымъ, а иногда и весьма продолжительнымъ, и лучи эти, испускаемые тѣломъ, могутъ быть какъ инфракрасные, такъ и видимые цвѣтные и невидимые ультра-фіолетовые, причемъ возможны и такіе, конечно, случаи, когда тѣло послѣ преобразованія падающихъ на него лучей, испускаетъ новые лучи т. е. такіе, какихъ вовсе не было въ пучкѣ лучей имъ воспринятыхъ (напр. свѣченіе раствора хинина въ ультра-фіолетовой части спектра).

При такомъ обобщеніи, остановимся для примѣра на дѣйствіи свѣта на бромо-желатинную фотографическую пластинку. Изъ того факта, что за исключеніемъ красныхъ лучей всѣ остальные лучи на такую пластинку дѣйствуютъ, вправѣ ли мы заключить, что всѣ лучи, съ показателемъ преломленія большимъ нѣкотораго предѣльнаго, разлагаютъ бромистое серебро? Я думаю, что нѣтъ, что для такого заключенія даннаго факта недостаточно, потому что мы не знаемъ въ точности, какой именно лучъ спектра способенъ произвести такое разложеніе непосредственно и не находится ли онъ въ числѣ тѣхъ лучей, которые испускаетъ желатина подъ вліяніемъ лучей, ею поглощаемыхъ.

Точно также мы не имѣемъ еще права утверждать, на основаніи вышеприведенныхъ наблюденій гг. бактеріологовъ, будто всѣ лучи спектра кромѣ краснаго способны непосредственно дѣйствовать на различныя бактеріи, препятствуя ихъ размноженію или даже окончательно ихъ убивая. И здѣсь мы точно также не знаемъ, не обусловливается ли конечный результатъ инсоляціи тѣми колебаніями, которыя возникаютъ въ той же желатинѣ, или въ другихъ питательныхъ веществахъ, подъ вліяніемъ поглощаемыхъ лучей. Говоря a priori, ничто намъ не препятствуетъ сдѣлать допущеніе, что для каждаго даннаго вида бактерій существуютъ какъ такіе лучи, которые способствуютъ ея развитію, такъ и лучи индиферентные для нея, и наконецъ—лучи гибельные; какъ тѣсны предѣлы этихъ послѣднихъ, повторяю,—мы не знаемъ, и всѣ выполненныя понынѣ работы предѣловъ этихъ не опредѣляютъ даже приблизительно. А между тѣмъ этотъ вопросъ заслуживаетъ, по моему мнѣнію, самаго серьезнаго вниманія, не только въ теоретическомъ, но и въ практическомъ отношеніи.

Дѣйствительно, во 1-хъ, въ рѣшеніи именно этого вопроса заключается и рѣшеніе другого—о дезинфекціи лучами солнца, который, не смотря на такія наблюденія, какъ напр. *Эсмарка*, остается въ сущности открытымъ. Что находящіяся на поверхности различныхъ тѣлъ бак-

теріи могутъ быть убиты дѣйствіемъ солнечныхъ лучей — это мы отчасти знаемъ; но этого далеко недостаточно, ибо, не понимая какую роль играютъ при этомъ самыя тѣла, покрытыя бактеріями, мы не можемъ быть даже увѣрены, что подобное бактерицидное дѣйствіе лучей солнца должно имѣть мѣсто всегда и на всѣхъ инсолированныхъ поверхностяхъ. Точно также, благодаря этимъ сомнѣніямъ относительно вліянія среды, мы не можемъ до нынѣ сказать ничего положительнаго о дезинфецирующемъ дѣйствіи солнечныхъ лучей на носящуюся въ воздухѣ пыль, такъ какъ мы рѣшительно не знаемъ, убиваетъ ли свѣтъ или нѣтъ ту либо другую отдѣльно взятую бактерію или спору.

Во 2-хъ—и это имѣетъ несравненно болѣе широкое значеніе—рѣшеніе затронутаго мною вопроса выяснитъ намъ, чего мы въ правѣ ожидать отъ примѣненія способности органическихъ веществъ проявлять ультра-фіолетовую фосфоресценцію послѣ инсоляціи, къ лѣченію различныхъ заразительныхъ болѣзней. Если бы, напримѣръ, намъ удалось доказать путемъ непосредственныхъ опытовъ, что нѣкоторые виды патогенныхъ бактерій убиваются въ темнотѣ близостью того либо другого органическаго вещества, которое предварительно было подвергнуто дѣйствію солнечныхъ или электрическихъ лучей, то само собою понятно, что введеніе такихъ инсолированныхъ, безвредныхъ по химическому своему составу веществъ въ нашъ организмъ, могло бы оказаться болѣе могущественнымъ и болѣе раціональнымъ орудіемъ борьбы съ болѣзнетворными микробами, нежели, напримѣръ, различныя подкожныя впрыскиванія какихъ то сомнительныхъ туберкулиновъ и пр. Очень возможно даже, что и въ данномъ случаѣ практика опередитъ теорію, какъ это всегда бывало въ медицинѣ, и что въ недалекомъ будущемъ аптеки наши будутъ приготовлять инсолированныя лекарства, и мы станемъ глотать въ пилюляхъ и вдыхать въ капляхъ полезную для нашего здоровья энергію солнечныхъ лучей, извѣстнымъ образомъ трансформированную.

Энергіи этой, быть можетъ, мы и теперь уже гораздо болѣе обязаны, нежели предполагаемъ. Если органическія вещества, изъ коихъ именно и состоитъ наша пища, способны послѣ инсоляціи убивать болѣзнетворныя бактеріи, то—почемъ знать—отъ сколькихъ болѣзней избавляетъ насъ лишь то обстоятельство, что принимаемая нами пища бывала предварительно на солнцѣ? Замѣтимъ здѣсь кстати, что инсоляціонное послѣдѣйствіе въ иныхъ случаяхъ можетъ обнаруживаться по истеченіи болѣе или менѣе продолжительнаго времени; такъ, напр., тотъ же *Niepce de St. Victor* запиралъ въ жестяный футляръ инсолированную писчую бумагу, и когда, по истеченіи *нѣсколькихъ мѣсяцевъ*(?), крышка футляра была снята и на ея мѣсто прилажена фотографическая бумага, то черезъ сутки эта послѣдняя потемнѣла подъ вліяніемъ ультра-фіолетовыхъ лучей, исходящихъ изъ писчей бумаги.—Можетъ статься, повторяю, мы и теперь глотаемъ и вдыхаемъ не мало этой оздоровливающей лучистой энергіи въ различныхъ фруктахъ, которые благодѣтельная природа позаботилась сдѣлать для насъ вкусными, въ различныхъ овощахъ, маслахъ, въ винѣ, чего добраго — даже въ водѣ. Нѣтъ ничего абсолютно невѣроятнаго и въ томъ предположеніи, что такую энергію мы можемъ отчасти воспринимать и поверхностью нашего тѣла, подвергающеюся непосредственному дѣйствію лучей свѣта.

Наконецъ, вопросъ здѣсь поднятый—какъ будетъ показано ниже—имѣетъ еще весьма серьезное значенiе для теорiи предохранительныхъ прививокъ, въ которой по настоящее время совершенно еще игнорируются какъ физическiя свойства веществъ вообще, такъ и влiянiе свѣта въ частности.

Эр. Шпачинскiй.

(*Продолженiе слѣдуетъ*).

ЗАДАЧА ОБЪ ИГРОКАХЪ*).

Два игрока, изъ которыхъ у перваго до начала игры было a рублей, у второго b рублей, сыграли нѣсколько партiй, причемъ ставку каждый разъ составляли всѣ деньги того игрока, у котораго ихъ передъ началомъ партiи было меньше. Предполагается, что выигрываетъ постоянно тотъ, чьи деньги опредѣляли ставку. Можно ли эту игру продолжать какъ угодно долго, или же она прекратится послѣ нѣсколькихъ партiй вслѣдствiе того, что у играющихъ окажется поровну денегъ? Можетъ ли случиться, что послѣ нѣсколькихъ партiй у каждаго изъ играющихъ будетъ столько денегъ, сколько ихъ было до начала игры?

Написавъ числа a и b по двоичной системѣ, изобразимъ дробь $\frac{a}{a+b}$ при помощи дѣленiя (т. е. дѣйствуя аналогично съ тѣмъ, какъ при обращенiи простой дроби въ десятичную) въ слѣдующемъ видѣ:

$$\frac{a}{a+b}=\frac{p_1}{2}+\frac{p_2}{2^2}+\cdots+\frac{p_m}{2^m}+\cdots (1),$$

гдѣ каждый изъ числителей p_1, p_2.... равенъ либо нулю, либо единицѣ.

Вторую часть уравненiя (1) мы будемъ называть двоичной дробью. Сокративъ дробь $\frac{a}{a+b}$ на общаго наибольшаго дѣлителя чиселъ a и b, получимъ несократимую дробь $\frac{r}{n}$. Отъ свойствъ знаменателя n зависитъ видъ двоичной дроби (1).

Если $n=2^m$, то $\frac{a}{a+b}$ обратится при помощи дѣленiя въ конечную двоичную дробь, имѣющую m знаковъ; если n число нечетное, то—въ чистую перiодическую двоичную дробь; если n число четное, но не сте-

*) Задача эта, предложенная проф. Д. Селивановымъ и напечатанная въ XI сем. на стр. 102 подъ № 246, кажется намъ настолько интересной, что выдѣляемъ рѣшенiе ея въ отдѣльную статейку. Въ IV семестрѣ была предложена болѣе частная задача г. А. Гольденберга, въ которой требовалось найти, въ какомъ отношенiи должны быть числа a и b, чтобы послѣ n партiй каждый играющiй остался при своихъ деньгахъ. Отвѣтъ на задачу г. Гольденберга читатели также найдутъ въ этой статьѣ. *Примѣч. редакцiи.*

пень двухъ, то получится смѣшанная періодическая двоичная дробь. Высказавъ эти три положенія безъ доказательства, я предоставляю чителю доказать ихъ, руководствуясь теоріей десятичныхъ періодическихъ дробей*).

Обращая при помощи дѣленія простую дробь въ двоичную, мы никогда не получимъ такой двоичной дроби, которая имѣла бы періодъ 1.

Въ самомъ дѣлѣ, точная величина такой дроби равнялась бы $\frac{\alpha}{2^m} + \lim_{n=\infty}\left(\frac{1}{2^{m+1}} + \frac{1}{2^{m+2}} + \cdot \cdot \cdot \cdot + \frac{1}{2^n}\right)$, гдѣ α числитель доперіодической части дроби. Но, суммируя безконечную геометрическую прогрессію, заключенную въ скобки, мы получимъ $\frac{\frac{1}{2^{m+1}}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2^m}$, такъ что вся дробь равнялась бы $\frac{\alpha+1}{2^m}$ и должна была бы обратиться въ конечную двоичную дробь; а это противно предположенію, что она обращается въ періодическую дробь.

Изъ указаннаго только что свойства разложенія (1) слѣдуетъ:

$$\frac{p_{m+1}}{2^{m+1}} + \frac{p_{m+2}}{2^{m+2}} + \cdot \cdot \cdot \cdot < \lim_{n=\infty}\left(\frac{1}{2^{m+1}} + \frac{1}{2^{m+2}} + \cdot \cdot \cdot \cdot + \frac{1}{2^n}\right),$$

гдѣ подъ лѣвой частью неравенства подразумѣвается конецъ разложенія (1), начиная съ $m+1$-го члена. Суммируя прогрессію въ правой части, получимъ: $\frac{p_{m+1}}{2^{m+1}} + \frac{p_{m+2}}{2^{m+2}} + \cdot \cdot \cdot \cdot < \frac{1}{2^m}$, или, умноживъ обѣ части на 2^{m-1}, $\frac{p_{m+1}}{2^2} + \frac{p_{m+2}}{2^3} + \cdot \cdot \cdot \cdot < \frac{1}{2}$ (2), при всякомъ m.

Если въ разложеніи (1) $p_1 = 1$, то $\frac{a}{a+b} > \frac{1}{2}$, откуда $a > b$; въ этомъ случаѣ I-й игрокъ проигрываетъ первую партію и имѣетъ послѣ нея $a - b$ руб.

Если же $p_1 = 0$, то, пользуясь неравенствомъ (2) при $m = 1$, убѣдимся, что $\frac{a}{a+b} < \frac{1}{2}$; въ этомъ случаѣ $a < b$, I-й игрокъ выигрываетъ первую партію и имѣетъ послѣ нея $2a$ руб. Условимся обозначать деньги I-го игрока послѣ m-й партіи черезъ a_m, а II-го—черезъ b_m. Тогда имѣемъ, что, при $p_1 = 0$, $a_1 = a - b$ (3), а, при $p_1 = 0$, $a_1 = 2a$ (4).

Перенесши $\frac{p_1}{2}$ въ первую часть уравненія (1) и умноживъ затѣмъ обѣ части на 2, получимъ: $\frac{2a - p_1(a+b)}{(a+b)} = \frac{p_2}{2} + \frac{p_3}{2^2} + \cdot \cdot \cdot \cdot$ Это урав-

*) Рекомендую вниманію читателей статью С. Шатуновскаго по этому вопросу: „О десятичныхъ періодическихъ дробяхъ“, II-й отд. журнала „Семья и Школа“ за 1886 г.

неніе принимаетъ либо видъ $\frac{a-b}{a+b}=\frac{p_2}{2}+\frac{p_3}{2^3}+\cdots\cdot$, либо видъ $\frac{2a}{a+b}=\frac{p_2}{2}+\frac{p_3}{2^3}+\cdots\cdot$, смотря по тому, будетъ ли $p_1=1$ или 0. Но, на основаніи уравненій (3) и (4), замѣчая, что $a_m+b_m=a+b$, мы оба вида можемъ заключить въ одну формулу: $\frac{a_1}{a_1+b_1}=\frac{p_2}{2}+\frac{p_3}{2_2}+\ldots$(5). Такъ какъ уравненіе (5) разнится отъ уравненія (1) только указателями при буквахъ, такъ какъ условія игры остаются все время одни и тѣ же и такъ какъ неравенство (2) справедливо для всякаго m, то къ этому уравненію можно примѣнить все, сказанное объ уравненіи (1), а потому: при $p_2=1$ первый игрокъ проиграетъ вторую партію, и при $p_1=0$ — выиграетъ. Затѣмъ, перенеся $\frac{p_2}{2}$ въ первую часть уравненія (5), выведемъ отсюда, что $\frac{a_3}{a_3+b_3}=\frac{p_4}{2}+\frac{p_5}{2^2}+\cdots\cdot$(6).

Уравненіе (6) опять разнится отъ уравненія (1) лишь указателями при буквахъ, а потому отъ него можно перейти къ уравненію $\frac{a_4}{a_4+b_4}=\frac{p_5}{2}+\frac{p_5}{2^2}+\cdots\cdot$ и т. д.

Теперь уже легко установить общую формулу: $\frac{a_{m-1}}{a_{m-1}+b_{m-1}}=\frac{p_m}{2}+\frac{p_{m+1}}{2^2}+\cdots\cdot$(7). Стоитъ только доказать, что если формула эта справедлива для указателя x, то она справедлива и для указателя $x+1$. Это доказательство уже заключается въ разсмотрѣніи уравненія (1), сдѣланномъ нами; разница будетъ лишь въ буквахъ. Изъ формулы (7) слѣдуетъ, что, при $p_m=0$, I-й игрокъ выигрываетъ m-ю партію, а при $p_m=1$ — проигрываетъ ее, исключая тотъ случай, когда $\frac{p_m}{2^m}$ кончаетъ собой разложеніе въ конечную двоичную дробь; въ этомъ случаѣ равенство $\frac{a_{m-1}}{a_{m-1}+b_{m-1}}=\frac{1}{2}$ даетъ $a_{m-1}=b_{m-1}$ (8), что указываетъ на невозможность продолжать игру.

Въ случаѣ, когда $n=2^m$, $\frac{a}{a+b}=\frac{r}{n}$ обращается въ конечную двоичную дробь, имѣющую m знаковъ. Игра окончится послѣ $m-1$ партій, согласно съ уравненіемъ (8).

Въ случаѣ же, когда n не есть степень двухъ, двоичная дробь будетъ безконечна, такъ что игру можно будетъ продолжать какъ угодно долго. Если n число нечетное, то, обозначивъ число цифръ въ періодѣ черезъ k, получимъ: $\frac{a}{a+b}=\frac{r}{n}=\frac{s}{2^k}+\frac{s}{2^{2k}}+\frac{s}{2^{3k}}+\cdots\cdot$(9), гдѣ s — числитель періода. Суммируя вторую часть уравненія (9), мы имѣемъ: $\frac{r}{n}=\frac{s}{2^k-1}$, откуда $\frac{(2^k-1).r}{n}=s$ (10). Такъ какъ $\frac{r}{n}$ дробь несократимая,

а s — число цѣлое, то, 2^k-1 дѣлится нацѣло на n. Отъ уравненія (10) можно тождественно перейти къ уравненію (9), такъ что справедлива и обратная теорема: если при нѣкоторомъ k число 2^k-1 дѣлится нацѣло на n, то дробь $\frac{r}{n}$ разлагается въ періодическую двоичную дробь съ періодомъ въ k цифръ. А такъ какъ при счетѣ цифръ періода мы выдѣляемъ наименьшій періодъ, то, слѣдовательно, k, число цифръ наименьшаго возможнаго періода, есть наименьшее изъ чиселъ, при которыхъ 2^k-1 дѣлится на n.

Изъ уравненія (9) мы имѣемъ:

$$\frac{s}{2^{2k}}+\frac{s}{2^{3k}}+\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot=\frac{p_{k+1}}{2^{k+1}}+\frac{p_{k+2}}{2^{k+2}}+\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot$$

Умноживъ обѣ части этого уравненія на 2^k, получимъ:

$$\frac{s}{2^{k}}+\frac{s}{2^{2k}}+\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot=\frac{p_{k+1}}{2}+\frac{p_{k+2}}{2^{2}}+\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot\;\;\cdot$$

Замѣняя первую часть этого послѣдняго уравненія на основаніи уравненія (9) черезъ $\frac{a}{a+b}$, а вторую—на основаніи уравненія (7) черезъ $\frac{a_k}{a_k+b_k}$, мы получимъ равенство: $\frac{a}{a+b}=\frac{a_k}{a_k+b_k}$, откуда, такъ какъ $a_k+b_k=a+b$, имѣемъ $a_k=a$, $b_k=b$.

Итакъ, если n число нечетное, то послѣ k партій, гдѣ k есть наименьшее изъ чиселъ, при которыхъ 2^k-1 дѣлится на n, у перваго игрока снова будетъ a рублей, а у второго — b; и, вообще, столько же у каждаго изъ нихъ будетъ послѣ lk партій, гдѣ l цѣлое.

Если же n число четное, но не степень двухъ, то $\frac{r}{n}$ обращается въ смѣшанную періодическую дробь. Въ этомъ случаѣ никогда у перваго игрока не будетъ снова a руб., а у второго — b руб.

Въ самомъ дѣлѣ, допустимъ, что $a_x=a$, $b_x=b$.

Тогда имѣемъ:

$$\frac{a}{a+b}=\frac{a_x}{a_x+b_x}=\frac{p_{x+1}}{2}+\frac{p_{x+2}}{2^2}+\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\,(10).$$

Но $\frac{a}{a+b}=\frac{p_1}{2}+\frac{p_2}{2^2}+\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot+\frac{p_x}{2^x}+\frac{1}{2^x}\left(\frac{p_{x+1}}{2}+\frac{p_{x+2}}{2^2}+\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\right)=$

$=\frac{p_1}{2}+\frac{p_2}{2^2}+\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\frac{p_x}{2^x}+\frac{1}{2^x}\cdot\frac{a}{a+b}$, согласно съ уравненіемъ (10), или же

$\frac{a}{a+b}\left(1-\frac{1}{2^x}\right)=\frac{s}{2^x}$, гдѣ s — числитель суммы дробей $\frac{p_1}{2}+\frac{p_2}{2^2}+\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\frac{p_x}{2^x}$.

Опредѣляя изъ послѣдняго уравненія $\frac{a}{a+b}$, имѣемъ:

$$\frac{a}{a+b} = \frac{s}{2^x - 1} = \frac{r}{n},$$

что противно предположенію, что знаменатель несократимой дроби $\frac{r}{n}$ есть число четное.

Въ случаѣ, когда n — число четное, но не степень двухъ, разложеніе (1) имѣетъ видъ:

$$\frac{a}{a+b} = \frac{r}{n} = \frac{\alpha}{2^m} + \frac{1}{2^m}\left(\frac{s}{2^k} + \frac{s}{2^{2k}} + \cdots\right) \text{ (11)},$$

гдѣ α — числитель доперіодической части дроби, k — число цифръ въ періодѣ, m — число цифръ до періода, а s — числитель періода.

Изъ уравненія (11) имѣемъ:

$$\frac{1}{2^m}\left(\frac{s}{2^k} + \frac{s}{2^{2k}} + \cdots\right) = \frac{p_{m+1}}{2^{m+1}} \frac{p_{m+2}}{2^{m+2}} + \cdots =$$

$$= \frac{1}{2^m}\left(\frac{p_{m+1}}{2} + \frac{p_{m+2}}{2^2} + \cdots\right) = \frac{1}{2^m}\,\frac{a_m}{a_m + b_m}$$ (12), по уравненію (7).

Умноживъ обѣ части уравненія (12) на 2^m, мы получимъ:

$$\frac{s}{2^k} + \frac{s}{2^{2k}} + \cdots = \frac{a_m}{a_m + b_m} \text{ (13)}.$$

Точно также имѣемъ:

$$\frac{1}{2^m}\left(\frac{s}{2^{2k}} + \frac{s}{2^{3k}} + \cdots\right) = \frac{p_{m+\kappa+1}}{2^{m+k+1}} + \frac{p_{m+\kappa+2}}{2^{m+\kappa+2}} =$$

$$\frac{1}{2^{m+\kappa}}\left(\frac{p_{m+\kappa+1}}{2} + \frac{p_{m+\kappa+2}}{2^2} + \cdots\right) = \frac{1}{2^{m+\kappa}}\,\frac{a_{m+\kappa}}{a_{m+\kappa} + b_{m+\kappa}}.$$

Итакъ, $\frac{1}{2^m}\left(\frac{s}{2^{2\kappa}} + \frac{s}{2^{3\kappa}} + \cdots\right) = \frac{1}{2^{m+\kappa}} \cdot \frac{a_{m+\kappa}}{a_{m+\kappa} + b_{m+\kappa}}$; умноживъ обѣ части на $2^{m+\kappa}$, получимъ:

$\frac{s}{2^\kappa} + \frac{s}{2^{2\kappa}} + \cdots = \frac{a_{m+\kappa}}{a_{m+\kappa} + b_{m+\kappa}}$; откуда, въ связи съ уравненіемъ (13), слѣдуетъ: $a_m = a_{m+\kappa}$, $b_m = b_{m+\kappa}$.

Итакъ, если n — четное число, но не степень двухъ, то никогда у игроковъ не будетъ первоначальнаго распредѣленія денегъ; но зато распредѣленіе денегъ начнетъ періодически повторяться, начиная съ того распредѣленія, которое было послѣ m-й партіи, гдѣ m — число цифръ до перваго періода въ разложеніи $\frac{r}{n}$ въ двоичную дробь.

Е. Буницкій (Одесса).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Опредѣленіе разстоянія по высотѣ, съ которой предметъ становится видимымъ.—Всѣмъ извѣстно, что находящіеся на горизонтальной поверхности предметы перестаютъ быть видимыми, если удалиться отъ нихъ на нѣкоторое разстояніе. Фактъ этотъ служитъ однимъ изъ доказательствъ шарообразности земли. Но немногіе, быть можетъ, знаютъ, что замѣтить это можно и на небольшихъ, сравнительно, разстояніяхъ. Глазъ пловца не видитъ предмета, плывущаго по водѣ на разстояніи 2-хъ километровъ; чтобы видѣть предметъ, находящійся на разстояніи 10 километровъ, надо подняться на 8 метровъ, а основаніе предмета, удаленнаго на 36 километровъ, видно лишь съ высоты въ 100 метровъ. Вообще, если обозначимъ разстояніе предмета отъ глаза наблюдателя черезъ x, высоту глаза наблюдателя надъ поверхностью земли черезъ h и діаметръ земного шара черезъ D, то будемъ имѣть приблизительно

$$x = \sqrt{h.D}.$$

Средній діаметръ земного шара равенъ 12742 кил. Если принять, что его длина 12500 кил. и обратить километры въ дециметры, то изъ предыдущей формулы получимъ

$$x = \sqrt{1{,}25.10^8.h} = 10000\sqrt{1\,{}^1/_4 h},$$

т. е. высоту, съ которой предметъ становится видимымъ, надо выразить въ дециметрахъ, прибавить къ ней четверть ея и изъ суммы извлечь корень квадратный. Результатъ дастъ искомое разстояніе, выраженное въ километрахъ.

Ошибка, которую мы дѣлаемъ, принимая 12500 кил. за земной діаметръ, составляетъ приблизительно 0,01 окончательнаго результата. Поэтому окончательный результатъ можетъ быть исправленъ, если къ нему прибавить сотую его часть. Такъ, напр., по предыдущей формулѣ оказывается, что съ вершины Эйфелевой башни (300 м.) видны предметы, находящіеся на разстояніи 61,237 килом. Увеличивая это число на сотую его часть, получимъ 61,849 кил., точное же вычисленіе даетъ 61,827 кил. Слѣдуетъ только помнить, что анормальное преломленіе, миражъ и т. п. явленія въ атмосферѣ могутъ служить источникомъ еще большихъ ошибокъ, такъ что, вводя указанную поправку, мы не всегда увеличиваемъ точность результата.

Описанный способъ указанъ Ch. Dufour'омъ въ 6-ой книжкѣ L'Astronomie за этотъ годъ. *В. Т.*

Превращеніе механической энергіи въ химическую. — Извѣстный химикъ Кэри Ли (Carey Lea) произвелъ недавно рядъ опытовъ, не только доказывающихъ, что механическая энергія можетъ быть непосредственно превращена въ химическую, но и дающихъ возможность вычислить, сколько единицъ механической энергіи переходятъ въ химическую. Всѣ эти опыты чрезвычайно просты. Извѣстно, что осажденная въ темнотѣ и высушенная окись серебра вполнѣ растворяется въ амміакѣ. 0,5 g. такой окиси растирались 20 минутъ въ фарфоровой ступкѣ и затѣмъ

обрабатывались амміакомъ. Оказывалось, что уже не все взятое первоначально вещество растворялось; въ ступкѣ оставалось 0,0303 g возстановившагося дѣйствіемъ тренія серебра. Когда тотъ же опытъ былъ продѣланъ съ окисью ртути, которая вполнѣ растворима въ разбавленной соляной кислотѣ, то изъ 0,5 g ея осталось нерастворенной 0,0304 g ртути. Такъ какъ количество тепла, потребное для возстановленія окиси ртути (HgO) въ закись (Hg_2O) и закиси въ металлическую ртуть, хорошо извѣстно, то этотъ опытъ далъ возможность вычислить, сколько единицъ механической энергіи перешло въ химическую (322 граммометра).

Изъ остальныхъ, довольно многочисленныхъ опытовъ Кэри Ли мы упомянемъ лишь о двухъ, интересныхъ въ томъ отношеніи, что они до нѣкоторой степени устраняютъ сомнѣнія относительно роли тепла, развивающагося при треніи. Хлористая мѣдь ($CuCl_2$) при треніи не переходитъ вовсе въ полухлористую ($CuCl$), тогда какъ при нагрѣваніи этотъ переходъ совершается легко; напротивъ окисное сѣрнокислое желѣзо, не возстановляющееся при нагрѣваніи, возстанавляется при треніи.

Нѣтъ сомнѣнія, что число реакцій, вызываемыхъ треніемъ, можно бы значительно увеличить, если бы была возможность всегда легко отдѣлять взятое вещество отъ продукта реакціи. *В. Г.*

ОТЧЕТЪ

о рѣшеніяхъ задачи на премію проф. Хвольсона и объ отвѣтахъ на тему г. Шатуновскаго.

На задачу проф. Хвольсона, напечатанную въ № 173 „Вѣстника", получено только одно удовлетворительное рѣшеніе отъ г-жи **О. О—ой**, которое и удостоено преміи. Ошибка въ доказательствѣ, которую требовалось указать, заключается въ томъ, что законъ Кирхгофа относится лишь къ лучамъ какого нибудь одного опредѣленнаго рода, съ одной стороны поглощаемымъ, съ другой испускаемымъ различными поверхностями. Въ разбираемомъ же въ задачѣ случаѣ поглощаются солнечные лучи малой длины волны, испускаются же слабо нагрѣтыми тѣлами лучи весьма большой длины волны, какіе не входятъ въ составъ лучей солнца. Поэтому законъ Кирхгофа въ этомъ случаѣ не примѣнимъ.

На тему г. Шатуновскаго получены отвѣты отъ 6-и различныхъ лицъ. Изъ этихъ отвѣтовъ лишь два признаны вполнѣ удовлетворительными и удостоены преміи, именно — печатаемые ниже отвѣты гг. **Д. Е.** и **Н. Николаева**. Изъ остальныхъ четырехъ отвѣтовъ одинъ безусловно невѣренъ, а въ трехъ, хотя и даются вѣрныя формулы для x и y, но авторы ихъ не доказываютъ, что въ этихъ формулахъ заключаются всѣ рѣшенія.

Г-жа О. О—ая и гг. Д. Е. и Н. Николаевъ приглашаются извѣстить редакцію, въ какомъ видѣ они желаютъ получить свои преміи.

РѢШЕНІЕ УРАВНЕНІЯ
$x^2 - 2y^2 = \pm 1$
въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ.

Гг. *Д. Е.* (Иваново-Вознесенскъ) и *Н. Николаева* (Пенза).

(Премируемые отвѣты на тему, предложенную г. Шатуновскимъ въ № 174 „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.").

§ 1. Если два цѣлыхъ положительныхъ числа x_n и y_n удовлетворяютъ предложенному уравненію, то

$$x_n^2 - 2y_n^2 = \pm 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1),$$

что, по умноженіи на -1, можетъ быть написано въ видѣ

$$(2y_n \pm x_n)^2 - 2(x_n \pm y_n)^2 = \mp 1,$$

слѣдовательно, два цѣлыхъ положительныхъ числа

$$x_{n+1} = 2y_n + x_n,\ y_{n+1} = x_n + y_n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2),$$

а также и два цѣлыхъ числа

$$x_{n-1} = 2y_n - x_n,\ y_{n-1} = x_n - y_n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

удовлетворяютъ уравненію $x^2 - 2y^2 = \mp 1$, когда x_n и y_n удовлетворяютъ уравненію $x^2 - 2y^2 = \pm 1$, которое отличается отъ предыдущаго знакомъ передъ 1-цей во второй части.

Легко усмотрѣть, что въ равенствѣ (1) $x_n \geqslant y_n$ и что, при y_n отличномъ отъ нуля, имѣемъ также $x_n < 2y_n$ поэтому въ равенствахъ (3) числа x_{n-1} и y_{n-1} не меньше нуля, когда y_n отлично отъ нуля. При этомъ условіи имѣемъ также $y_{n-1} < 2y_n - y_n$, или $y_{n-1} < y_n$. Отсюда слѣдуетъ, что, исходя изъ какой либо пары цѣлыхъ положительныхъ рѣшеній x_n, y_n предложеннаго уравненія и примѣняя послѣдовательно формулы (3) надлежащее число разъ, непремѣнно придемъ къ парѣ рѣшеній $x = 1$, $y = 0$, ибо, пока мы не пришли къ парѣ рѣшеній, въ которой $y = 0$, все еще можно получать по формуламъ (3) новыя цѣлыя положительныя рѣшенія, въ которыхъ послѣдующія значенія y меньше предшествующихъ, а такой процессъ не можетъ продолжаться неопредѣленно. Замѣчая же, что изъ равенствъ (3) имѣемъ

$$x_n = 2y_{n-1} + x_{n-1};\ y_n = x_{n-1} + y_{n-1},$$

т. е. что числа x_n и y_n составляются по x_{n-1} и y_{n-1} точно такъ же, какъ по формуламъ (2) составляются x_{n+1} и y_{n+1} изъ x_n и y_n, заключаемъ, что, исходя изъ рѣшенія $x = 1$, $y = 0$ и примѣняя послѣдовательно формулы (2) надлежащее число разъ, можемъ, наоборотъ, прити къ любому рѣшенію x_n, y_n предложеннаго уравненія.

Такимъ образомъ, пользуясь рѣшеніемъ $x = 1$, $y = 0$ и формулами (2), находимъ, что *всѣ* цѣлыя положительныя значенія x и y, удовлетворяющія предложенному уравненію заключаются въ рядахъ

$$
\left.\begin{array}{l}
x = \begin{cases} x_0;\ x_1;\ x_2;\ x_3;\ \ldots\ x_{n-1};\ x_n;\ x_{n+1}\ \ldots \\ 1;\ 1;\ 3;\ 7;\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases} \\
y = \begin{cases} y_0;\ y_1;\ y_2;\ y_3;\ \ldots\ y_{n-1};\ y_n;\ y_{n+1}\ \ldots \\ 0;\ 1;\ 2;\ 5;\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}
\end{array}\right\} \ldots \quad (4),
$$

причемъ x_n, y_n удовлетворяютъ очевидно уравненію $x^2 - 2y^2 = (-1)^n$. Изъ равенствъ (2) и (3) найдемъ также соотношенія, связывающія три послѣдовательныхъ члена въ каждомъ изъ рядовъ (4), именно

$$x_{n+1} = 2x_n + x_{n-1};\ y_{n+1} = 2y_n + y_{n-1}.$$

§ 2. Найдемъ теперь выраженія для x_n и y_n прямо въ функціи n. Возвышая для этой цѣли въ n-ую степень обѣ части тождества $(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2}) = -1$, получимъ

$$(1+\sqrt{2})^n(1-\sqrt{2})^n = (-1)^n,$$

слѣдовательно, если X_n будетъ раціональная часть, $У_n$ коэфиціентъ при $\sqrt{2}$ въ разложеніи $(1+\sqrt{2})^n$, то $x = X_n$ и $y = У_n$ будетъ однимъ изъ требуемыхъ рѣшеній предложеннаго уравненія, ибо изъ

$$X_n + У_n\sqrt{2} = (1+\sqrt{2})^n;\ X_n - У_n\sqrt{2} = (1-\sqrt{2})^n \quad . \quad . \quad (5)$$

слѣдуетъ, что

$$X_n^2 - 2У_n^2 = (1+\sqrt{2})^n(1-\sqrt{2})^n = (-1)^n.$$

Помножая теперь первое изъ равенствъ (5) на $1+\sqrt{2}$, находимъ

$$(2У_n + X_n) + (X_n + У_n)\sqrt{2} = (1+\sqrt{2})^{n+1} = X_{n+1} + У_{n+1}\sqrt{2} \quad . \quad . \quad (6),$$

слѣдовательно, необходимо, чтобы было порознь

$$X_{n+1} = 2У_n + X_n;\ У_{n+1} = X_n + У_n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7),$$

такъ какъ въ противномъ случаѣ получили бы изъ (6)

$$\sqrt{2} = (2У_n + X_n - X_{n+1}) : (У_{n+1} - X_n - У_n),$$

т. е. радикалъ $\sqrt{2}$ былъ бы раціональнымъ числомъ. Изъ (7) видимъ, что X_{n+1} и $У_{n+1}$ составляются изъ X_n и $У_n$ такъ же, какъ x_{n+1} и y_{n+1} изъ x_n и y_n. А такъ какъ, полагая въ (5) $n = 0$, находимъ $X_0 = 1 = x_0$; $У_0 = 0 = y_0$, то и для всякаго n будетъ $X_n = x_n$; $У_n = y_n$. Такимъ образомъ x_n и y_n суть цѣлыя раціональныя числа, опредѣляемыя каждымъ изъ тождествъ

$$x_n + y_n\sqrt{2} = (1+\sqrt{2})^n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

$$x_n - y_n\sqrt{2} = (1-\sqrt{2})^n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

Изъ (8) и (9) находимъ

$$x_n = \frac{1}{2}\left\{(1+\sqrt{2})^n + (1-\sqrt{2})^n\right\}$$

$$y_n = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left\{(1+\sqrt{2})^n - (1-\sqrt{2})^n\right\}.$$

§ 3. Г-нъ Д. Е., установивъ перемноженіемъ тождествъ (8) и (9) тотъ фактъ, что всякія два цѣлыхъ числа x_n, y_n, опредѣляемыя тождествомъ (8) удовлетворяютъ предложенному уравненію, слѣдующимъ весьма остроумнымъ способомъ доказываетъ, что въ (8) заключаются *всѣ* требуемыя рѣшенія предложеннаго уравненія.

Допустимъ противное и предположимъ, что X и У суть цѣлыя положительныя рѣшенія предложеннаго уравненія, неполучающіяся изъ формулы (8). Въ такомъ случаѣ при нѣкоторомъ n будемъ имѣть двойное неравенство

$$(1+\sqrt{2})^n < X + У\sqrt{2} < (1+\sqrt{2})^{n+1}.$$

Умножая на $(\sqrt{2}-1)^n$, получимъ

$$1 < (X + У\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)^n < 1+\sqrt{2}. \quad . \quad . (10)$$

или

$$1 < x + y\sqrt{2} < 1+\sqrt{2},$$

гдѣ

$$x + y\sqrt{2} = (X + У\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)^n,$$

такъ что x и y цѣлыя числа. Измѣняя здѣсь знакъ при $\sqrt{2}$, получимъ

$$x - y\sqrt{2} = (X - У\sqrt{2})(\sqrt{2}+1)^n(-1)^n,$$

слѣдовательно

$$x^2 - 2y^2 = (X^2 - 2У^2)(-1)^n = \pm 1 \quad . \quad . \quad . (11),$$

т. е. x и y суть цѣлыя рѣшенія предложеннаго уравненія, но изъ (10) имѣемъ $x+y\sqrt{2}>1$, слѣдовательно x и y не могутъ быть оба отрицательными. Они не могутъ быть и разныхъ знаковъ, такъ какъ въ противномъ случаѣ количества x и $-y\sqrt{2}$ были бы одного знака, и численная величина количества $x-y\sqrt{2}$ была бы больше численной величины $x+y\sqrt{2}>1$, вслѣдствіе чего численная величина произведенія $(x+y\sqrt{2})(x-y\sqrt{2})$ не могла бы быть единицей, какъ это должно быть по (11). Отсюда слѣдуетъ, что x и y суть цѣлыя положительныя числа, но въ такомъ случаѣ неравенство $x+y\sqrt{2}<1+\sqrt{2}$ невозможно. Это противорѣчіе и обнаруживаетъ, что формула (8) даетъ полное рѣшеніе вопроса.

ЗАДАЧИ.

№ 76. Углы трапеціи образуютъ ариѳметическую прогрессію. Стороны ея также образуютъ ариѳметическую прогрессію, такъ что основанія трапеціи суть крайніе члены прогрессіи. Вычислить углы трапеціи.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 77. Окружность радіуса R проходитъ черезъ вершины A и B вписаннаго въ равнобедренный треугольникъ квадрата $ABCD$ и ка-

сается равныхъ сторонъ треугольника, а также стороны CD квадрата, параллельной основанію треугольника. Вычислить стороны треугольника.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 78. Въ данный секторъ AOB вписать прямоугольникъ даннаго периметра такъ, чтобы двѣ вершины его лежали на одномъ радіусѣ.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 79. Около даннаго кругового сегмента описать равнобедренную трапецію даннаго периметра.

С. Гирманъ (Варшава).

№ 80. Сколько надо взять членовъ ариѳметической прогрессіи, чтобы сумма ихъ представляла одинъ изъ членовъ той же прогрессіи? Сколько надо взять членовъ геометрической прогрессіи, чтобы произведеніе ихъ равнялось одному изъ членовъ той же прогрессіи?

Е. Буницкій (Одесса).

№ 81. Показать, что площади треугольниковъ, вписанныхъ въ одинъ и тотъ же кругъ, пропорціональны произведеніямъ ихъ сторонъ.

А. Варенцовъ (Шуя).

№ 82. Пусть AB есть сторона правильнаго десятиугольника, вписаннаго въ кругъ, центръ котораго въ точкѣ O, а AD (точка D на окружности)—биссекторъ угла OAB. Показать, что $AD = OB + AB$.

(Заимств.) *В. Г.* (Одесса).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 1 (3 сер.). Однажды меня спросили, можетъ ли плоское зеркало давать увеличенныя изображенія? „Конечно" — отвѣтилъ я, и для примѣра написалъ на бумажкѣ трехзначное число, коего изображеніе въ обыкновенномъ зеркалѣ оказалось въ $7^5/_{12}$ разъ больше. Какое это было число?

Обозначивъ цыфру единицъ искомаго числа черезъ x, десятковъ —черезъ y и сотень—черезъ z, получимъ, согласно съ условіями задачи

$$7^5/_{12}\,(100\,z + 10\,y + x) = 100\,x + 10\,y + z,$$

или

$$101(x - 8\,z) = 70\,y;$$

такъ какъ ни одно изъ однозначныхъ чиселъ не дѣлится на 101 безъ остатка, то $y = 0$ и $x = 8z$. Принимая же въ разсчетъ, что x и z— числа однозначныя, изъ послѣдняго уравненія очевидно получаемъ $x = 8$, $z = 1$. Итакъ искомое число есть 108.

Р. Хмѣлевскій, М. Селиховъ (Полтава); *А. Варенцовъ* (Рост. н. Д.); *К.* и *Ѳ.* (Тамбовъ); *А. Байковъ* (Харьковъ); *А. Раузукъ* (Бѣлостокъ); *В. Блокъ* (Юрьевъ); *С.*

Адамовичъ (с. Спасское); *В. Ушаковъ* (ст. Усть-Медвѣдицкая); *С. Бабанская*, *Н. С.* (Тифлисъ); *Н. Рынинъ*, *И. Бѣлинскій* (Симбирскъ); *О. Ривошъ* (Вильно); *С. Петрашкевичъ* (Скопинъ); *К. Щиголевъ* (Курскъ); *К. Зновицкій*, *Н. Шебалинъ* (Кіевъ); *Г. Сивчинскій* (Варшава); *В. Новиковъ* (Троицкъ); *С. Д—цевъ* (Москва); *Я. Блюмбергъ* (Рига); *А. Петровъ* (Красноярскъ); *А. П.* (Ломжа).

№ 8 (3 сер.). У меня есть часы, которые я завожу разъ въ сутки, тотчасъ послѣ того, какъ они бьютъ 12 часовъ дня. За сутки гири ихъ опускаются каждая на 312 линій. Однажды, заведя ихъ, я ушелъ изъ дому и, возвратившись вечеромъ, замѣтилъ, что часы пробили столько разъ, на сколько линій одна гиря была выше другой. Опредѣлить, въ которомъ часу я вернулся домой, если извѣстно, что мои часы бьютъ только часы, и не бьютъ получасовъ.

Очевидно, что ходовая гиря опускается за каждый часъ на $^{312}/_{24} = 13'''$, боевая же за каждымъ ударомъ на $^{312}/_{13 \cdot 12} = 2'''$. Поэтому, если при возвращеніи домой часы пробили x часовъ, то, по условіямъ задачи,

$$13x = x + (1 + x)x,$$

откуда $x_1 = 0$, $x_2 = 11$. Итакъ, я возвратился домой въ 11 час. вечера.

Е. Краснитская, *К. Щиголевъ* (Курскъ); *К. Зновицкій*, *И. Харламовъ*, *Н. Шебалинъ* (Кіевъ); *О. Ривошъ* (Вильно); *С. Д—цевъ* (Москва); *С. Косцюшко*, *В. Лѣсковецъ* (Винница); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *М. Селиховъ* (Полтава); *Г. Сивчинскій* (Варшава); *С. Копровскій* (с. Дяткевичи); *В. Лобачъ-Жученко* (Саратовъ); *Н. С.* (Тифлисъ); *А. Камышанскій* (Богодуховъ); *К.* и *Ѳ.* (Тамбовъ); *А. Варенцовъ* (Рост. н. Д.).

№ 30 (3 сер.). Показать, что выраженіе

$$5^{2n+1} + 2^{n+4} + 2^{n+1}$$

дѣлится на 23 безъ остатка.

$$5^{2n+1} + 2^{n+4} + 2^{n+1} = 5.5^{2n} + 2^{n+1}(2^3 + 1) = 5.5^{2n} + 18.2^n =$$

$$= 5.5^{2n} - 5.2^n + 5.2^n + 18.2^n = 5(5^{2n} - 2^n) + 23.2^n,$$

но такъ какъ $5^{2n} - 2^n$ дѣлится на $23 = 5^2 - 2$, то и данное выраженіе должно дѣлиться на 23.

Чаганъ (Уральскъ); *М. Пресловъ* (Ревель); *С. Копровскій* (с. Дяткевичи); *Н. Лукницкій*, *А. Шаншырь* (Полоцкъ); *А. Варенцовъ* (Ростовъ н. Д.); *К. Щиголевъ* (Курскъ); *І. Ѳеодоровъ* (Тамбовъ).

№ 33 (3 сер.). Показать, что рѣшеніе всякаго полнаго уравненія четвертой степени сводится къ рѣшенію двухъ уравненій

$$x + y^2 = a,$$
$$x^2 + y = b.$$

Положимъ, что имѣемъ полное уравненіе четвертой степени самаго общаго вида:

$$Az^4 + Bz^3 + Cz^2 + Dz + E = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Раздѣляя на A обѣ части этого уравненія, приводимъ его къ виду:

$$z^4 + pz^3 + qz^2 + rz + s = 0.$$

Полагая $z = t - \frac{p}{4}$, получаемъ уравненіе вида:

$$t^4 + Qt^2 + Rt + S = 0.$$

Полагая $t = y\sqrt[3]{R}$ и раздѣляя затѣмъ обѣ части уравненія на $R\sqrt[3]{R}$, получаемъ уравненіе вида:

$$y^4 + my^2 + y + n = 0 \ldots \ldots \quad (2)$$

Положимъ теперь

$$y^2 = a - x, \ldots \ldots \quad (3)$$

гдѣ a количество пока неопредѣленное; тогда

$$y^4 = a^2 - 2ax + x^2.$$

Пользуясь этими выраженіями для y^2 и y^4, представляемъ уравненіе (2) въ слѣдующемъ видѣ:

$$x^2 - (2a + m)x + y + a^2 + ma + n = 0. \ldots \quad (4).$$

Положимъ

$$2a + m = 0,$$

$$a^2 + ma + n = -b,$$

откуда

$$a = -\frac{m}{2},$$

$$b = \frac{m^2}{4} - n.$$

Тогда уравненія (3) и (4) примутъ видъ:

$$x + y^2 = a, \ldots \ldots \quad (5)$$

$$x^2 + y = b. \ldots \ldots \quad (6)$$

Такимъ образомъ рѣшеніе уравненія (1) приводится къ рѣшенію системы уравненій (5) и (6), что и требовалось показать.

С. Гирманъ (Варшава).

ПОЛУЧЕНЫ РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ отъ слѣдующихъ лицъ: *М. Беккера* (Винница)—34, 45, 63 (3 сер.); *И. Казаса* (Спб.)—зад. пр. Хвольсона; *П. Бѣлова* (с. Знаменка)—74, 75 (3 сер.); *Я. Блюмберга* (Рига) — 34, 37, 45, 46, 53, 55, 56, 57, 62, 64, 66 (3 сер.); *А. Варенцова* (Шуя)—4, 15, 22, 34, 55, 56 (3 сер.); *С. Адамовича* (с. Спасское)—26, 27, 64 (3 сер.) и 554 (2 сер.); *Макарова* (Сарапулъ)—66 (3 сер.); *Я. Полушкина* (с. Знаменка) — 56, 69 (3 сер.) и 464, 466, 504 (1 сер.); *Г. Легошина* (с. Знаменка)—72 (3 сер.) и 128, 298, 433, 434 (1 сер.); *П. Бѣлова* (с. Знаменка)—330. 549, 555, 558 (1 сер.), 65, 538 (2 сер.) и 13, 19, 57 (3 сер.); *С. Д—цева* (Москва)—64, 72 (3 сер.); *Л. Беркмана* (Бѣлостокъ)—7, 19, 27, 28, 65 (3 сер.).

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Одесса, 23-го Августа 1894 г.

„Центральная типо-литографія", уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.

брѣтеніе Лильенталя не представляетъ собою летательнаго аппарата, а только аэропланъ, разрѣшающій ту-же задачу, что и парашютъ.

L'observatoire météorologique établi par Vallot près du sommet du mont-Blanc. *A. Daubrée.* Послѣ нѣсколькихъ восхожденій на Монбланъ (1886 — 87 г.) J. Vallot пришелъ къ заключенію, что необходимы продолжительныя наблюденія на горной станціи, такъ какъ въ высшихъ слояхъ атмосферы нѣкоторыя метеорологическія явленія происходятъ съ большей напряженностью и, повидимому, проще. Съ этой цѣлью имъ было устроено три станціи съ самопишущими приборами (на верш. Монблана, въ Grands Mullets и въ Chamonix). Затѣмъ Vallot предпочелъ устроить обсерваторію на Bosses du Dromadaire на высотѣ 4365 м. Такая обсерваторія на его собственный счетъ уже построена и снабжена весьма многими приборами. На сосѣдней скалѣ построено отдѣльное убѣжище для туристовъ, чтобъ они не мѣшали наблюдателямъ. Vallot напечаталъ цѣлый рядъ трудовъ, матеріаломъ для которыхъ и послужили наблюденія на вышеозначенныхъ станціяхъ.

Société astronomique de France. Séance génerale annuelle du 11 Avril. **Nouvelles de la science. Variétés.**

К. Смоличъ (Умань).

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Бунге, Н. А. Анализъ газовъ по способу Бунзена-Дойера (Отт. изъ „Университетскихъ Извѣстій" за 1894 г.). Кіевъ. 1894.

Воейковъ, А. Поѣздка по Россіи лѣтомъ 1893 года (Отд. отт. изъ „Метеорологическаго Вѣстника", 1894 г.). Спб.

Гречаниновъ, А., проф. хар. тех. инст. Два основныхъ принципа работы насыщенными парами въ пріемникѣ съ теплопроницаемыми стѣнками, теоретически эквивалентныхъ принципу Карно. Харьковъ. 1893.

Евдокимовъ, Н. Н. Вспомогательныя величины для вычисленія зенитныхъ разстояній и азимутовъ для 50^0 широты. Харьковъ. 1893.

Рыкачевъ, М. А. Разборъ сочиненія С. О. Макарова: „Витязь и Тихій океанъ" гидрологическія наблюденія, произведенныя офицерами корвета „Витязь" во время кругосвѣтнаго плаванья 1886—1889 годовъ и сводъ наблюденій надъ температурою и удѣльнымъ вѣсомъ воды сѣвернаго Тихаго океана. Спб. 1884.

Сикора, I. I. Эфемерида звѣздныхъ паръ для опредѣленій поправокъ часовъ по способу Цингера для 50^0 сѣв. шир. Харьковъ. 1893.

Смирновъ, А. И., проф. Объ аксіомахъ геометрическихъ. въ связи съ ученіемъ неогеометровъ о пространствахъ разныхъ формъ и многихъ измѣреній. Рѣчь въ торжественномъ собраніи Казанскаго физико-математическаго общества, посвященномъ памяти Н. И. Лобачевскаго, 24 окт. 1893 г. Казань. 1894.

Фотоминіатюра. Новое практическое руководство для любителей. Пер. съ франц. Изд. А. Александровскаго. Спб. 1894. Ц. 60 к.

Агаповъ, Д. В. Новая тригонометрія. Рѣшеніе треугольниковъ помощью теоремы Агапова: „произведеніе разности между полупериметромъ и стороною треугольника на тангенсъ половины угла, противолежащаго этой сторонѣ, есть величина постоянная для каждаго треугольника, равная радіусу круга, вписаннаго въ треугольникъ". 45 случаевъ. Для старшихъ классовъ среднихъ учебныхъ заведеній. Оренбургъ. 1894. Ц. 85 к.

Волконскій, Григ. Повторительный курсъ неорганической химіи. Изд. 3-е; испр. и дополн. Москва. 1894. Ц. 1 р. 30 к.

Меморскій. Ариѳметика въ вопросахъ и отвѣтахъ, для легчайшаго самообученія и обученія другихъ. Новое изданіе, вновь исправленное и дополненное. (Книжка 1-я: цѣлыя числа. Книжка 2-я: дроби, тройныя правила и т. д., Москва. 1894.

Мининъ, В. П. Отдѣльный оттискъ изъ 5-го, значительно дополненнаго, изданія сборника геометрическихъ задачъ. Москва. 1894.

Таблицы для вычисленія метеорологическихъ наблюденій. Приложеніе къ инструкціи, данной Имп. академіею наукъ въ руководство метеорологическимъ станціямъ. Спб. 1894.

Узловскій. Небо и звѣзды. Изд. VI. Спб. 1894. Ц. 20 к., съ перес. 30 к.

Фламмаріонъ К. По волнамъ безконечности. Астрономическая фантазія. Пер. съ франц. В. Ранцева. Изд. 2-е, Ф. Павленкова. Спб. 1894.

Агаповъ, Д. В. Подробное рѣшеніе и объясненіе типическихъ задачъ по ариѳметикѣ. Для старшихъ классовъ средн. учебн. заведеній. Оренбургъ. 1894. Ц. 50 к.

Гассельблатъ, А. О сокращенномъ обозначеніи единицъ мѣръ, вѣсовъ и т. п. (Отт. изъ „Извѣстій технологическаго института" 1894 г.). Спб. 1894.

Гольденбергъ, А. И. Методика начальной ариѳметики. Изд. 9-е, Д. Полубояринова. Спб. 1894. Ц. 75 к.

Какъ построить динамо-машину (генераторъ или двигатель) въ одну лошадиную силу? Переводъ съ измѣненіями соч. Ватсона: How to make a one-horse power motor or dynamo? А. Л. Гершуна. Изд. журнала „Электричество" Спб. 1894. Ц. 1 р.

Клоссовскій, А. Организація спеціальнаго климатическаго изученія Россіи и задачи сельско-хозяйственной метеорологіи. Одесса. 1894.

Марковъ, А. О функціяхъ, получаемыхъ при обращеніи рядовъ въ непрерывныя дроби (приложеніе къ LXXIV тому „Записокъ Имп. академіи наукъ". № 2). Спб. 1894. Ц. 40 к.

Першинъ, Н., капитанъ. Конспектъ лекцій офицерскаго электротехническаго класса по телеграфному дѣлу. Выпускъ 2-й. Спб. 1894.

Русское химическое общество. XXV (1868—1893). Отдѣленія химіи русскаго физико-химическаго общества. Отчетъ объ экстренномъ общемъ собраніи русскаго физико-химическаго общества 6 ноября 1893 г. Спб. 1894.

Фламмаріонъ, К. Общедоступная астрономія (Petite astronomie). Перевелъ съ 4-го франц. изд. В. Черкасовъ. Изд. 3-е, Ф. Павленкова. (Популярно-научная библіотека). Спб. 1894. Ц. 80 к.

Годовой выводъ изъ ежемѣсячныхъ метеорологическихъ бюллетеней для Европейской Россіи за 1893 г. Спб. 1894.

Макаровъ, С. О., контръ-адмир. „Витязь" и Тихій Океанъ. Гидрологическія наблюденія, произведенныя офицерами корвета „Витязь" во время кругосвѣтнаго плаванія 1886—1889 годовъ, и сводъ наблюденій надъ температурою и удѣльнымъ вѣсомъ воды сѣвернаго Тихаго Океана. Въ 2 томахъ, съ 12 таблицами для обработки удѣльныхъ вѣсовъ воды, съ 4 рисунками и 32 картами и чертежами. Томы I и II. Спб. 1894. Ц. 6 р. 60 к.

Мининъ, А. П. О числахъ, для которыхъ число дѣлителей равно числу чиселъ первыхъ съ ними и меньшихъ ихъ. Изд. московскаго математическаго общества, состоящаго при Имп. московскомъ университетѣ (Математическій сборникъ, т. XVII). Москва. 1894. Ц. 20 к.

Никульцевъ, П. Алгебра и собраніе алгебраическихъ задачъ. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Часть 1-я. Теоретическій отдѣлъ, съ приложеніемъ курса дополнительнаго класса реальныхъ училищъ. Изд. 3-е (съ измѣненіями). Москва. 1894. Ц. 1 р. 25 к.

Признаки дѣлимости на первыя сто чиселъ. Составилъ А. А. Р. Спб. 1894. Ц. 30 к.

Суворовъ Ѳ. М., ордин. проф. матем. Объ основаніяхъ геометріи Лобачевскаго. Рѣчь, произнесенная на торжественномъ собраніи въ Имп. казанскомъ университетѣ 22 окт. 1893 г. въ день празднованія столѣтней годовщины дня рожденія Н. И. Лобачевскаго. Казань. 1894.

Физическая карта Европейской Россіи. Спб. Изд. и лит. картографическаго заведенія Ильина.

Буа-Реймонъ, Эмиль. Естествознаніе и наука. Рѣчь, прочитанная въ день чествованія памяти Лейбница берлинской академіей наукъ 3 іюля 1890 г. Переводъ О. Н. Хмѣлевой. (Современная наука, Вып. VI). Изд. М. Ледерле и К°. Спб. 1894. Ц. 25 к.

Вороной, Г. О цѣлыхъ алгебраическихъ числахъ, зависящихъ отъ корня уравненія 3-й степени. Спб. 1894.

Дубинскій, В. Результаты изслѣдованія барографа Шпрунгъ-Фуса въ Константиновской обсерваторіи въ гор. Павловскѣ. (Приложеніе къ LXXIV тому „Записокъ Имп. академіи наукъ". № 4). Спб. 1894. Ц. 50 к.

ОБЗОРЪ НАУЧНЫХЪ ЖУРНАЛОВЪ.

MATHESIS.

1894. — № 2.

Nécrologie. *P. M.* et *J. N.—Eugéne-Charles Catalan,* извѣстный математикъ, родившійся въ 1814 г., скончался 14-го февраля (н. с.) 1894 г. Въ послѣднее десятилѣтіе своей жизни онъ собралъ свои изысканія въ трехъ томахъ *Mélanges.* Извѣстность какъ аналиста и какъ геометра доставили ему его *Recherches sur quelque produits infinis* и *Mémoire sur les polyèdres semi-réquliers.*

Sur deux classes de surfaces qui se correspondent; par M. *G. Mangeot.* Задача. Дана прямоугольная система координатъ Ox, Oy, Oz; опредѣлить такія двѣ поверхности σ и σ_1, чтобы нормали къ нимъ въ концахъ хорды δ, проведенной отъ σ къ σ_1 параллельно оси Oz, составляли равные углы съ каждой изъ осей Ox, Oy, Oz предполагая, что нормали эти не лежатъ въ одной плоскости при δ не $=0$.

Пусть искомыя ур-нія поверхностей суть $z=\sigma(x,y)$ и $z=\sigma_1(x,y)$. Обозначимъ, какъ принято, $\frac{d\sigma}{dx}$ и $\frac{d\sigma_1}{dx}$ черезъ p и p_1, $\frac{d\sigma}{dy}$ и $\frac{d\sigma_1}{dy}$ черезъ q и q_1, $\frac{d^2\sigma}{dx^2}$ и $\frac{d^2\sigma_1}{dx^2}$ черезъ r и r_1, $\frac{d^2\sigma}{dxdy}$ и $\frac{d^2\sigma_1}{dxdy}$ черезъ s и s_1, $\frac{d^2\sigma}{dy^2}$ и $\frac{d^2\sigma_1}{dy^2}$ черезъ t и t_1. Изъ условія задачи слѣдуетъ, что $p=\pm p_1$ и $q=\mp q_1$ (равенства: $p=\pm p_1$ и $q=\pm q_1$ невозможны, иб при при нихъ нормали были-бы параллельны); поэтому

$$s=\frac{dp}{dy}=\pm\frac{dp_1}{dy}=\pm s_1$$

и

$$s=\frac{dq}{dx}=\mp\frac{dq_1}{dx}=\mp s_1,$$

откуда

$$s=0 \text{ и } s_1=0,$$

т. е. въ формулахъ

$$dz=pdx+qdy \text{ и } dz=p_1dx+q_1dy$$

$p=\pm p_1$ не зависитъ отъ y, а $q=\mp q_1$ не зависитъ отъ x; слѣдовательно, искомыя ур-нія поверхностей σ и σ, имѣютъ видъ

$$\sigma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad z=f(x)+\varphi(y)+C$$

$$\sigma_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad z_1=\pm f(x)\mp\varphi(y)+C',$$

гдѣ f и φ произвольныя ф-ціи, а C и C' произвол. пост. Примѣромъ поверхностей σ и σ_1 могутъ служить эллиптическій и гиперболическій параболоиды:

$$z=ax^2+by^2+C \text{ и } z=\pm ax^2\mp by^2+C'.$$

Авторъ отмѣчаетъ слѣдующія свойства поверхностей σ и σ_1:

1) Геометрическое мѣсто срединъ хордъ δ есть цилиндрическая поверхность; пересѣченіе поверхностей σ и σ_1 состоитъ изъ плоскихъ кривыхъ, которыя суть прямыя сѣченія этого цилиндра.

2) Цилиндръ, параллельный Oz вырѣзаетъ равныя площади на поверхностяхъ σ и σ_1.

3) Полная кривизна обѣихъ поверхностей σ и σ_1 въ концахъ хорды δ остается одна и та же при всѣхъ положеніяхъ хорды*).

---

*) Такъ выражаетъ авторъ равенство: $\frac{(1+p^2+q^2)^2}{rt-s^2}+\frac{(1+p_1^2+q_1^2)^2}{r_1t_1-s_1^2}=0.$

Свойствомъ нормалей поверхностей σ и σ_1 можно пользоваться для проведенія касательной плоскости къ одной изъ нихъ, если построеніе такой плоскости къ другой извѣстно.

Questions d'arithmologie; par M. *G. de Rocquigny*. (Suite). №№ 22—37. Задачи (и отвѣты), относящіяся къ свойствамъ цѣлыхъ чиселъ; изъ нихъ приводимъ № 32:

Если m нечетное число, то

$$m^p = \frac{m(2x+m-1)}{2} \text{ или } m^p = m(2x+2m-1),$$

гдѣ p и x цѣлыя числа. Равенства эти можно выразить теоремой:

Всякая степень нечетнаго числа m *есть* 1) *сумма* m *послѣдовательныхъ чиселъ, или* 2) *сумма* 2m *послѣдовательныхъ чиселъ* (начиная съ x).

Notes mathématiques. 1. Извлеченіе изъ письма *Retali* по поводу зад. № 852 (Math. III).

2. Теорема. (*Laurens*) *Если прибавить* 1 *къ каждому члену ряда ушестеренныхъ треугольныхъ чиселъ, то получится рядъ, сумма членовъ котораго, начиная съ перваго, есть нѣкоторый кубъ.* Ибо

$$6.\frac{n(n+1)}{2} + 1 = (n+1)^3 - n^3 \,{}^{*}).$$

3. Выдержка изъ *Mécanique rationnelle* Appell'я относительно объема тетраэдра (Math. 1893. p 247).

4. Способъ вычисленія биссектриссы треугольника. (*Lauvernay*. J. E. 1894 № 1, см. *Вѣстникъ*, XVI сем. № 6, Обз. J. E.).

Ernest Edouard Kummer, родившійся въ Силезіи въ 1810 г., умеръ 14 мая (н. с.) 1893 г. Извѣстенъ своими трудами по теоріи чиселъ.

Sur le cercle des neuf points; par M. *J. Gillet*.

I. *Полнымъ четыреугольникомъ* наз. фигура, получающаяся отъ соединенія прямыми какихъ-нибудь четырехъ точекъ A, B, C, D. Такой четыреугольникъ имѣетъ три пары противолежащихъ сторонъ: AB и CD, AC и BD, AD и BC. Если X,X', У,У', Z,Z' суть средины этихъ сторонъ, то прямыя XX', УУ', ZZ' суть медіаны четыреугольника. Замѣтивъ, что средины каждыхъ двухъ паръ противоположныхъ сторонъ образуютъ параллелограмъ, получимъ теорему: *Три медіаны полнаго четыреугольника пересѣкаются въ одной точкѣ* ω, *которая есть средина каждой медіаны и служитъ центромъ среднихъ разстояній вершинъ* A, B, C, D. Слѣдствія:

II. Если двѣ противоположныя стороны чет-ка перпендикулярны, то медіаны остальныхъ сторонъ равны.

III. Пусть будутъ A_1, B_1, C_1 средины сторонъ тр-ка ABC; A_2, B_2, C_2—основанія его высотъ; H—его ортоцентръ и A_3, B_3, C_3 средины отрѣзковъ AH, BH, CH. Разсматривая чет-къ ABCD, найдемъ, что 1) A_1A_3, B_1B_3, C_1C_3 пересѣкаются въ ихъ общей срединѣ ω; 2) шесть точекъ A_1, B_1, C_1, A_3, B_3, C_3 лежатъ на одной окружности, имѣющей центромъ ω и проходящей черезъ A_2, B_2, C_2.

IV. Точка ω есть средина OH и $\omega A_1 = \frac{1}{2}$ OA, гдѣ O центръ круга ABC.

Точки ω и O суть центры среднихъ разстояній—первая точекъ A, B, C, H, а вторыя точекъ I, I_1, I_2, I_3, (центровъ круговъ вписанныхъ въ тр-къ ABC).

Bibliographie. Un Paragraphe de coniques, par M. *Labenne*.

Traité d'Arithmétique élémentaire, par *C. Bergmans*. Gand. 1893. Prix 3,5 fr.

Précis d'Arithmétique, par *E. Gelin*. 1894. Prix: 3 fr.

Exercices de Calcul intégral, par *A. Collette*. Liège. 1894. Prix: 3 fr.

---

*) Нужно думать, что авторъ теоремы принимаетъ 0 за 1-е треугольное число.